

Die nun folgenden Faktorisierungen wurden durchgeführt auf einem **AMD Ryzen 9 5900X**

### Programme zur Faktorisierung mit Ermittlung der Berechnungszeit

- 1) CrypTool2 ; GUI ( max.Stellenzahl = 100 )
- 2) Yafu-x64 2.10 (Konsolenprogramm; C++; Ben Buhrow) ; Aufruf z.B.: yafu-x64 factor(1001)
- 3) alpertron programs (Dario Alpern; verwendet Elliptische Kurven - läuft im Browser; C++)
- 4) wxMaxima(CAS; GUI) ; Aufruf z.B. factor(576);
- 5) PARI/GP 2.15.5 (Konsolenprogramm von Karim Belabas) ; Aufruf z.B. factor(1001);
- 6) Tilman Neumann: JavaMathLibrary ; Aufruf: PSIQS\_U (bzw. PSIQS bzw. SIQS)
- 7) jLangZahlToolDecGUI [www.k-achilles.de/java.html](http://www.k-achilles.de/java.html) (jar executable GUI von Ac)
- 8) factor von Kay Schönberger (von der Console aus aufrufbar, z.B. factor 1001 )

ct2: meint CrypTool2 ( Quadratisches Sieb; 12 Prozessorkerne ; 24 Threads)

Yafu: meint yafu-x64 , V2.08 . yafu/s meint Verwendung von siqs(..)

max: meint wxMaxima

pari: meint PARI/GP

Til: meint Tilman Neumann ; Til/P für PSIQS Til/S für SIQS

rho: bzw. brent bzw. fmt(Fermat) bzw. Leh(Lehman) bzw. Ac: meint meine Teilprogramme von **jLangzahlToolDecGUI** (mein Java-Programm).

Schö: meint factor von K.Schönberger

## Einige zerlegbare Mersennezahlen Mn:

Zerlegung der Mersennezahlen von M4 bis M200:

M4 = 15 = 3·5  
M6 = 63 = 3·3·7  
M8 = 255 = 3·5·17  
M9 = 511 = 7·73  
M10 = 1023 = 3·11·31  
M11 = 2047 = 23·89  
M12 = 4095 = 3·3·5·7·13  
M14 = 16383 = 3·43·127  
M15 = 32767 = 7·31·151  
M16 = 65535 = 3·5·17·257  
M18 = 262143 = 3·3·3·7·19·73  
M20 = 1048575 = 3·5·5·11·31·41  
M21 = 2097151 = 7·7·127·337  
M22 = 4194303 = 3·23·89·683  
M23 = 8388607 = 47·178481  
M24 = 16777215 = 3·3·5·7·13·17·241  
M25 = 33554431 = 31·601·1801  
M26 = 67108863 = 3·2731·8191  
M27 = 134217727 = 7·73·262657  
M28 = 268435455 = 3·5·29·43·113·127  
M29 = 536870911 = 233·1103·2089  
M30 = 1073741823 = 3·3·7·11·31·151·331  
M32 = 4294967295 = 3·5·17·257·65537  
M33 = 8589934591 = 7·23·89·599479  
M34 = 17179869183 = 3·43691·131071  
M35 = 34359738367 = 31·71·127·122921  
M36 = 68719476735 = 3·3·3·5·7·13·19·37·73·109  
M37 = 137438953471 = 223·616318177  
M38 = 274877906943 = 3·174763·524287  
M39 = 549755813887 = 7·79·8191·121369  
M40 = 1099511627775 = 3·5·5·11·17·31·41·61681  
M41 = 2199023255551 = 13367·164511353  
M42 = 4398046511103 = 3·3·7·7·43·127·337·5419  
M43 = 8796093022207 = 431·9719·2099863  
M44 = 17592186044415 = 3·5·23·89·397·683·2113  
M45 = 35184372088831 = 7·31·73·151·631·23311  
M46 = 70368744177663 = 3·47·178481·2796203  
M47 = 140737488355327 = 2351·4513·13264529  
M48 = 281474976710655 = 3·3·5·7·13·17·97·241·257·673  
M49 = 562949953421311 = 127·4432676798593  
M50 = 1125899906842623 = 3·11·31·251·601·1801·4051  
M51 = 2251799813685247 = 7·103·2143·11119·131071  
M52 = 4503599627370495 = 3·5·53·157·1613·2731·8191  
M53 = 9007199254740991 = 6361·69431·20394401  
M54 = 18014398509481983 = 3·3·3·3·7·19·73·87211·262657  
M55 = 36028797018963967 = 23·31·89·881·3191·201961  
M56 = 72057594037927935 = 3·5·17·29·43·113·127·15790321  
M57 = 144115188075855871 = 7·32377·524287·1212847  
M58 = 288230376151711743 = 3·59·233·1103·2089·3033169  
M59 = 576460752303423487 = 179951·3203431780337  
M60 = 1152921504606846975 = 3·3·5·5·7·11·13·31·41·61·151·331·1321  
M62 = 4611686018427387903 = 3·715827883·2147483647  
M63 = 9223372036854775807 = 7·7·73·127·337·92737·649657  
M64 = 18446744073709551615 = 3·5·17·257·641·65537·6700417  
M65 = 36893488147419103231 = 31·8191·145295143558111  
M66 = 73786976294838206463 = 3·3·7·23·67·89·683·20857·599479  
M67 = 147573952589676412927 = 193707721·761838257287  
M68 = 295147905179352825855 = 3·5·137·953·26317·43691·131071  
M69 = 590295810358705651711 = 7·47·178481·10052678938039  
M70 = 1180591620717411303423 = 3·11·31·43·71·127·281·86171·122921  
M71 = 2361183241434822606847 = 228479·48544121·212885833  
M72 = 4722366482869645213695 = 3·3·3·5·7·13·17·19·37·73·109·241·433·38737  
M73 = 9444732965739290427391 = 439·2298041·9361973132609  
M74 = 18889465931478580854783 = 3·223·1777·25781083·616318177  
M75 = 37778931862957161709567 = 7·31·151·601·1801·100801·10567201  
M76 = 75557863725914323419135 = 3·5·229·457·174763·524287·525313  
M77 = 151115727451828646838271 = 23·89·127·581283643249112959  
M78 = 302231454903657293676543 = 3·3·7·79·2731·8191·121369·22366891  
M79 = 604462909807314587353087 = 2687·202029703·1113491139767  
M80 = 1208925819614629174706175 = 3·5·5·11·17·31·41·257·61681·4278255361  
M81 = 2417851639229258349412351 = 7·73·2593·71119·262657·97685839  
M82 = 4835703278458516698824703 = 3·83·13367·164511353·8831418697

M83 = 9671406556917033397649407 = 167·57912614113275649087721  
M84 = 19342813113834066795298815 = 3·3·5·7·7·13·29·43·113·127·337·1429·5419·14449  
M85 = 38685626227668133590597631 = 31·131071·9520972806333758431  
M86 = 77371252455336267181195263 = 3·431·9719·2099863·2932031007403  
M87 = 154742504910672534362390527 = 7·233·1103·2089·4177·9857737155463  
M88 = 309485009821345068724781055 = 3·5·17·23·89·353·397·683·2113·2931542417  
M90 = 1237940039285380274899124223 = 3·3·3·7·11·19·31·73·151·331·631·23311·18837001  
M91 = 2475880078570760549798248447 = 127·911·8191·112901153·23140471537  
M92 = 4951760157141521099596496895 = 3·5·47·277·1013·1657·30269·178481·2796203  
M93 = 9903520314283042199192993791 = 7·2147483647·658812288653553079  
M94 = 19807040628566084398385987583 = 3·283·2351·4513·13264529·165768537521  
M95 = 39614081257132168796771975167 = 31·191·524287·420778751·30327152671  
M96 = 79228162514264337593543950335 = 3·3·5·7·13·17·97·193·241·257·673·65537·22253377  
M97 = 158456325028528675187087900671 = 11447·13842607235828485645766393  
M98 = 316912650057057350374175801343 = 3·43·127·4363953127297·4432676798593  
M99 = 633825300114114700748351602687 = 7·23·73·89·199·153649·599479·33057806959  
M100 = 1267650600228229401496703205375 = 3·5·5·5·11·31·41·101·251·601·1801·4051·8101·268501  
M101 = 2535301200456458802993406410751 = 7432339208719·341117531003194129  
M102 = 5070602400912917605986812821503 = 3·3·7·103·307·2143·2857·6529·11119·43691·131071  
M103 = 10141204801825835211973625643007 = 2550183799·3976656429941438590393  
M104 = 20282409603651670423947251286015 = 3·5·17·53·157·1613·2731·8191·858001·308761441  
M105 = 40564819207303340847894502572031 = 7·7·31·71·127·151·337·29191·106681·122921·152041  
M106 = 81129638414606681695789005144063 = 3·107·6361·69431·20394401·28059810762433  
M108 = 324518553658426726783156020576255 = 3·3·3·3·5·7·13·19·37·73·109·87211·246241·262657·279073  
M109 = 649037107316853453566312041152511 = 745988807·870035986098720987332873  
M110 = 1298074214633706907132624082305023 = 3·11·11·23·31·89·683·881·2971·3191·201961·48912491  
M111 = 2596148429267413814265248164610047 = 7·223·321679·26295457·319020217·616318177  
M112 = 5192296858534827628530496329220095 = 3·5·17·29·43·113·127·257·5153·15790321·54410972897  
M113 = 10384593717069655257060992658440191 = 3391·23279·65993·1868569·1066818132868207  
M114 = 20769187434139310514121985316880383 = 3·3·7·571·32377·174763·524287·1212847·160465489  
M115 = 41538374868278621028243970633760767 = 31·47·14951·178481·4036961·2646507710984041  
M116 = 83076749736557242056487941267521535 = 3·5·59·233·1103·2089·3033169·107367629·536903681  
M117 = 166153499473114484112975882535043071 = 7·73·79·937·6553·8191·86113·121369·7830118297  
M118 = 332306998946228968225951765070086143 = 3·2833·37171·179951·1824726041·3203431780337  
M119 = 664613997892457936451903530140172287 = 127·239·20231·131071·62983048367·131105292137  
M120 = 1329227995784915872903807060280344575 =  
3·3·5·5·7·11·13·17·31·41·61·151·241·331·1321·61681·4562284561  
M121 = 2658455991569831745807614120560689151 = 23·89·727·1786393878363164227858270210279  
M122 = 5316911983139663491615228241121378303 = 3·768614336404564651·2305843009213693951  
M123 = 10633823966279326983230456482242756607 = 7·13367·3887047·164511353·17772253954175633  
M124 = 21267647932558653966460912964485513215 = 3·5·5581·8681·49477·384773·715827883·2147483647  
M125 = 42535295865117307932921825928971026431 = 31·601·1801·269089806001·4710883168879506001  
M126 = 85070591730234615865843651857942052863 =  
3·3·3·7·7·19·43·73·127·337·5419·92737·649657·77158673929  
M128 = 340282366920938463463374607431768211455 = 3·5·17·257·641·65537·274177·6700417·67280421310721  
M129 = 680564733841876926926749214863536422911 = 7·431·9719·2099863·11053036065049294753459639  
M130 = 1361129467683753853853498429727072845823 =  
3·11·31·131·2731·8191·409891·7623851·145295143558111  
M131 = 2722258935367507707706996859454145691647 = 263·10350794431055162386718619237468234569  
M132 = 5444517870735015415413993718908291383295 =  
3·3·5·7·13·23·67·89·397·683·2113·20857·312709·599479·4327489  
M133 = 10889035741470030830827987437816582766591 = 127·524287·163537220852725398851434325720959  
M134 = 21778071482940061661655974875633165533183 = 3·7327657·193707721·761838257287·6713103182899  
M135 = 43556142965880123323311949751266331066367 =  
7·31·73·151·271·631·23311·262657·348031·49971617830801  
M136 = 87112285931760246646623899502532662132735 =  
3·5·17·17·137·953·26317·43691·131071·354689·2879347902817  
M137 = 174224571863520493293247799005065324265471 =  
32032215596496435569·5439042183600204290159          42 Stellen          pari: 0,05s          Yafu: 0,3s  
M138 = 348449143727040986586495598010130648530943 =  
3·3·7·47·139·178481·2796203·168749965921·10052678938039  
M139 = 696898287454081973172991196020261297061887 = 5625767248687·123876132205208335762278423601  
M140 = 1393796574908163946345982392040522594123775 =  
3·5·5·11·29·31·41·43·71·113·127·281·86171·122921·7416361·47392381  
M141 = 2787593149816327892691964784081045188247551 =  
7·2351·4513·13264529·4375578271·646675035253258729  
M142 = 5575186299632655785383929568162090376495103 =  
3·228479·48544121·56409643·212885833·13952598148481  
M143 = 11150372599265311570767859136324180752990207 =  
23·89·8191·724153·158822951431·5782172113400990737  
M144 = 22300745198530623141535718272648361505980415 =  
3·3·3·5·7·13·17·19·37·73·97·109·241·257·433·577·673·38737·487824887233  
M145 = 44601490397061246283071436545296723011960831 =  
31·233·1103·2089·2679895157783862814690027494144991  
M146 = 89202980794122492566142873090593446023921663 =  
3·439·1753·2298041·9361973132609·1795918038741070627

M147 = 178405961588244985132285746181186892047843327 =  
7·7·7·127·337·4432676798593·2741672362528725535068727 45 Stellen brent: 0,2s

M148 = 356811923176489970264571492362373784095686655 =  
3·5·149·223·593·1777·25781083·184481113·231769777·616318177

M149 = 713623846352979940529142984724747568191373311 =  
86656268566282183151·8235109336690846723986161 45 Stellen pari: 0,1s

M150 = 1427247692705959881058285969449495136382746623 =  
3·3·7·11·31·151·251·331·601·1801·4051·100801·10567201·1133836730401

M151 = 2854495385411919762116571938898990272765493247 =  
18121·55871·165799·2332951·7289088383388253664437433

M152 = 5708990770823839524233143877797980545530986495 =  
3·5·17·229·457·1217·148961·174763·524287·525313·24517014940753

M153 = 11417981541647679048466287755595961091061972991 =  
7·73·103·919·2143·11119·131071·75582488424179347083438319

M154 = 22835963083295358096932575511191922182123945983 =  
3·23·43·89·127·617·683·78233·35532364099·581283643249112959

M155 = 45671926166590716193865151022383844364247891967 =  
31·31·311·11471·73471·2147483647·4649919401·18158209813151

M156 = 91343852333181432387730302044767688728495783935 =  
3·3·5·7·13·13·53·79·157·313·1249·1613·2731·3121·8191·21841·121369·22366891

M157 = 182687704666362864775460604089535377456991567871 =  
852133201·60726444167·1654058017289·2134387368610417 48 Stellen brent: 0,4s

M158 = 365375409332725729550921208179070754913983135743 =  
3·2687·202029703·1113491139767·201487636602438195784363

M159 = 730750818665451459101842416358141509827966271487 =  
7·6361·6679·69431·13960201·20394401·540701761·229890275929

M160 = 1461501637330902918203684832716283019655932542975 =  
3·5·5·11·17·31·41·257·61681·65537·414721·4278255361·44479210368001

M161 = 2923003274661805836407369665432566039311865085951 =  
47·127·1289·178481·3188767·45076044553·14808607715315782481

M162 = 5846006549323611672814739330865132078623730171903 =  
3·3·3·3·3·7·19·73·163·2593·71119·87211·135433·262657·97685839·272010961

M163 = 11692013098647223345629478661730264157247460343807 =  
150287·704161·110211473·27669118297·36230454570129675721

M164 = 23384026197294446691258957323460528314494920687615 =  
3·5·83·10169·13367·181549·12112549·43249589·164511353·8831418697

M165 = 46768052394588893382517914646921056628989841375231 =  
7·23·31·89·151·881·3191·201961·599479·2048568835297380486760231

M166 = 93536104789177786765035829293842113257979682750463 =  
3·167·499·1163·2657·155377·13455809771·57912614113275649087721

M167 = 187072209578355573530071658587684226515959365500927 =  
2349023·79638304766856507377778616296087448490695649

M168 = 374144419156711147060143317175368453031918731001855 =  
3·3·5·7·7·13·17·29·43·113·127·241·337·1429·3361·5419·14449·15790321·88959882481

M169 = 748288838313422294120286634350736906063837462003711 =  
4057·8191·6740339310641·3340762283952395329506327023033

M170 = 1496577676626844588240573268701473812127674924007423 =  
3·11·31·43691·131071·9520972806333758431·26831423036065352611

M171 = 2993155353253689176481146537402947624255349848014847 =  
7·73·32377·524287·1212847·93507247·3042645634792541312037847

M172 = 5986310706507378352962293074805895248510699696029695 =  
3·5·173·431·9719·101653·500177·2099863·1759217765581·2932031007403

M173 = 11972621413014756705924586149611790497021399392059391 =  
730753·1505447·70084436712553223·155285743288572277679887

M174 = 23945242826029513411849172299223580994042798784118783 =  
3·3·7·59·233·1103·2089·4177·3033169·9857737155463·96076791871613611

M175 = 47890485652059026823698344598447161988085597568237567 =  
31·71·127·601·1801·39551·122921·60816001·535347624791488552837151

M176 = 95780971304118053647396689196894323976171195136475135 =  
3·5·17·23·89·257·353·397·683·2113·229153·119782433·2931542417·43872038849

M177 = 191561942608236107294793378393788647952342390272950271 =  
7·179951·184081·27989941729·3203431780337·9213624084535989031

M178 = 383123885216472214589586756787577295904684780545900543 =  
3·179·62020897·18584774046020617·618970019642690137449562111

M179 = 766247770432944429179173513575154591809369561091801087 =  
359·1433·1489459109360039866456940197095433721664951999121

M180 = 153249554086588858358347027150309183618739122183602175 =  
3<sup>3</sup>·5<sup>2</sup>·7·11·13·19·31·37·41·61·73·109·151·181·331·631·1321·23311·54001·18837001·29247661

M181 = 3064991081731777716716694054300618367237478244367204351 =  
43441·1164193·7648337·7923871097285295625344647665764672671

M182 = 6129982163463555433433388108601236734474956488734408703 =  
3·43·127·911·2731·8191·224771·1210483·112901153·23140471537·25829691707

M183 = 12259964326927110866866776217202473468949912977468817407 =  
7·367·55633·2305843009213693951·37201708625305146303973352041

M184 = 24519928653854221733733552434404946937899825954937634815 =  
3·5·17·47·277·1013·1657·30269·178481·2796203·291280009243618888211558641

M185 = 49039857307708443467467104868809893875799651909875269631 =  
 31·223·616318177·1587855697992791·7248808599285760001152755641  
 M186 = 98079714615416886934934209737619787751599303819750539263 =  
 3·3·7·529510939·715827883·2147483647·2903110321·658812288653553079  
 M187 = 196159429230833773869868419475239575503198607639501078527 =  
 23·89·131071·707983·1032670816743843860998850056278950666491537  
 M188 = 392318858461667547739736838950479151006397215279002157055 =  
 3·5·283·2351·3761·4513·13264529·7484047069·165768537521·140737471578113  
 M189 = 784637716923335095479473677900958302012794430558004314111 =  
 7·7·73·127·337·92737·262657·649657·1560007·207617485544258392970753527  
 M190 = 1569275433846670190958947355801916604025588861116008628223 =  
 3·11·31·191·2281·174763·524287·420778751·30327152671·3011347479614249131  
 M191 = 313855086769334038191789471160383320805117722232017256447 =  
 383·7068569257·39940132241·332584516519201·87274497124602996457  
 M192 = 6277101735386680763835789423207666416102355444464034512895 =  
 3·3·5·7·13·17·97·193·241·257·641·673·65537·6700417·22253377·18446744069414584321  
 M193 = 12554203470773361527671578846415332832204710888928069025791 =  
 13821503·61654440233248340616559·14732265321145317331353282383  
 M194 = 25108406941546723055343157692830665664409421777856138051583 =  
 3·971·1553·11447·31817·1100876018364883721·13842607235828485645766393  
 M195 = 50216813883093446110686315385661331328818843555712276103167 =  
 7·31·79·151·8191·121369·145295143558111·134304196845099262572814573351  
 M196 = 100433627766186892221372630771322662657637687111424552206335 =  
 3·5·29·43·113·127·197·19707683773·4363953127297·4432676798593·4981857697937  
 M197 = 200867255532373784442745261542645325315275374222849104412671 =  
 7487·26828803997912886929710867041891989490486893845712448833  
 M198 = 401734511064747568885490523085290650630550748445698208825343 =  
 3·3·3·7·19·23·67·73·89·199·683·5347·20857·153649·599479·33057806959·242099935645987  
 M199 = 803469022129495137770981046170581301261101496891396417650687 =  
 164504919713·4884164093883941177660049098586324302977543600799  
 M200 = 1606938044258990275541962092341162602522202993782792835301375 =  
 3·5·5·5·11·17·31·41·101·251·401·601·1801·4051·8101·61681·268501·340801·2787601·3173389601

Weitere ( zum Teil komplizierte ) Mersenne-Zerlegungen:

$2^{257}-1 = 231584178474632390847141970017375815706539969331281128078915168015826259279871 =$   
 535006138814359·1155685395246619182673033·374550598501810936581776630096313181393 78 St.  
 yafu: 0,9s                    pari: 5s            ct2: 13s

$2^{331}-1 = 4374501449566023848745004454235242730706338861786424872851541212819905998398751846447026354$   
 046107647 =  
 16937389168607·865118802936559·  
 298542624980197463613767215333569428005686468835821253721796682625551919 100 Stellen    brent: 13s

$2^{757}-1 = ( 228 Stellen )$   
 7580654747562055347407126408508313258090263755452620171577402529424076917413949640287492230608625380  
 6176158725445853183895096681841543671457240589601620172812717528126018061794446547149980392813733544  
 8825056869507271897877839871 =  
 9815263·561595591·  
 5722137022002067824248227975095857749151312827809388406962346253182128916964593·  
 2403382164098350808873627340300596544668900235634433213056506664319381390111977109042426941205454307  
 271491474266567774247325292327559

$2^{1061}-1 = ( 320 Stellen )$   
 2470730631192756571685734212877408533319783322316187968223893530608280512304630699364750777605433648  
 6228891340858985829027076261887914242781617846672453431386903982455635542158748401823985988322905245  
 0779385675132521981791289908079367801947813915474048840401016062951113688250262732547036360263072077  
 64436438929167613951 = P143·P177 =  
 4681722635107226562077767067500697230161897921425283287506897630383940041368231392116815446515176847  
 2420980044715745858522803980473207943564433·  
 5277396428112339175588382160735346093125228962547079720105831757604670548964928727027865497640526434  
 93511382273226052631979775533936351462037464331880467187717179256707148303247



	1369863013698630136986301369863013699 · 374550598501810936581776630096313181393	ct2: 9 (53) pari: 70 Til: 4,9
78	115792089237316195423570985008687907853269984665640564039457584007913129639937 = 1238926361552897 · 93461639715357977769163558199606896584051237541638188580280321 (Fermat F8 = 2 <sup>256</sup> +1) zerlegt von Brent & Pollard; 1980 [ brent: 56s ]	ct2: 10 (45) yafu: 0,7 pari: 1 Til: 5,7
80	25389739913858345524208216151645759882986445317021182277812631082013053557679073 = 5784129575911828826747325399392132675137 · 4389552408990738265259608301074256807329	yafu: 67 ct2: 16(96) pari: 202 Til: 9,8
83	18160190347537855674572437704347670349236701129933651524793994702762718415306289 571 = 35233594010488276504623309908926762003513 · 515422591919858105130783469902677253473467	
84	239861366259560524858651487354129588233291513639276243463271308438360307895855921 843 = 489756435648946347624324859824637632984391 · 489756435648946347624324859824637632984373 <b>Progr. „Fermat“ löst in 0,03s !!</b>	yafu: 0,01 ct2: 33(264) pari: 697 Til: 20
85	(11 <sup>93</sup> +1)/5823582370884 = 1214309791808886723322758456186551800947096218271568584 605333756009899137570320976623 = 237843323473654847623 · 3658524738455131951223 · 1395508661041930325819627162059111867514287	yafu: 3,9 ct2: 36 (233) pari: 11 Til: 3,2
87	(5 <sup>128</sup> +1)/514 = 571738497481657348233821272968018325787288694928058133029548495271 60372541572333099009 = 23653200983830003298459393 · 24171717725330873572798545219226642215966994254472458802413313	ct2: 68 (399) Til: 39 yafu: 4,7 pari: 80
88	38353230902979262626847647698929219318455512236590939056458280995140151560618248 17478743 = 7432339208719 · 341117531003194129 · 1512768222413735255864403005264105839324374778520631853993	Yafu: 0,9 ct2: 84 (41) pari: 7 Til: 54
94	17375855758549154624366762941835019305510457496880844836981879745085135987501018 73166735739991 = 2309692302197747433066019322343044688747743 · 752301756472732843356524200666079074271362748614537	yafu/s: 10 pari: 10852 ct2: 328(1826) Til: 169
100	43442698883654206465611893379827125408623206550910149411977322744011293292242275 19682504576978654093 = 58219095811886820515178767227081790299538366398541 · 74619329410444640929930650594192092128852582596673	yafu/s: 4567 ct2: 1548 msi: 8201 pari: - Til:
100	1522605027922533605356183781326374297180681149613806886579084945801229632589528 97654000350692006139 = 37975227936943673922808872755445627854565536638199 · 400946 90950920881030683735292761468389214899724061 LOG IN Heft Nr. 172/173 (2011/2012)	yafu: 3893
109	(5 <sup>160</sup> +1)/1282 = 53371900607145248472073115100684817548883806654203780552126052885 57426303375236909669637698215227603168457793 = 75068993 · 241931001601 · 46957667265666758402894952584920394200961 · 6258266324069263267587145223441885541709510944641	yafu: 708 ct2: 1885 pari: 4410 Til: 807
121	73281095113106734398239989296282702447648950464623884587479737832729774008066025 61983902737712247132163867744658163132181 = 2756163353 · 598990818061 · 4527716228491 · 248158049830971629 · 33637310674071348724927955857253537 · 117445937227520353139789517076610399	yafu: 18 pari: 35 ct2: 2d (476) Til:
134	(10 <sup>142</sup> +1)/440729761 = 22689640874966916518260721676111180519983083239073569166117 647317218498434917355172663277440889679333454406769684881797669207094911841 = 380623849488714809 · 7716926518833508778689508504941 · 93611382287513950329431625811490669 · 82519882659061966708762483486719446639288430446081 (1991 faktorisiert)	yafu/s: > 1d msi: > 1d ct2: 24 Tage ! pari: 1789 Til:
137	(2 <sup>484</sup> +1)/1254743089 = 39807333662911990505576361597868630214848364295425530264663 216131892915188725339073714473871085709991551291100948638870189599116308511953 = 33186913 · 1251287137 · 2931542417 · 38608979869428210686559330362638245355335498797441 · 8469440919770574005769693908434732506225873994236085602665729	yafu: Absturz nach 30s ct2: 11326 msi: 51156 pari: Abbruch Til: 7575
155	13407807929942597099574024998205846127479365820592393377723561443721764030073546 976801874298166903427690031858186486050853753882811946569946433649006084097 = 2424833 · 7455602825647884208337395736200454918783366342657 · 74164006262753080152478714190193747405994078109751902390582131614441575950470500 8092818711693940737 (Fermat F9 = 2 <sup>512</sup> +1) zerlegt von Lenstra & Manasse; 1990	yafu: > 2d ct2: 3968d pari: Til:
162	(12 <sup>151</sup> -1)/11 = 8221962052865970195266012074307610042739092435707339655167703393 7335320743050235802427303275633200540806689460669679221954509396712733084562446 2896060630268212317 = 16537237851564688924261407041648853990657743 ·	yafu: Absturz ct2:





319489 · 974849 · 167988556341760475137 · 3560841906445833920513 ·  
17346244717914755543025897086430977837742184472366408464934701906136357919287910  
88575910383304088371779838108684515464219407129783061341898642808260145427587085  
89243873685563973118948869399158545506611147420216132557017260564139394366945793  
22096866510895968548270538807264582855415193640191246493118254609287981573305779  
55733585049822792800909428725675915189121186227517143192297881009792510360354969  
17279912663527358783236647193154777091427745377038294584918917590325110939381322  
48604429857397165071105924446217754254070691304703466464360349138244172330659883  
4177 (**Fermat F11 = 2<sup>2048</sup>+1**) zerlegt von Brent & Morain; 1988



**Beispiel 11:**  $(11^{104}+1)/(2 \cdot 17 \cdot 6304673) = 9412343607359262946971172136294514357528981378983082541347532211942640121301590698634089611468911681 =$

**100 Ziffern (333 Bits) - wurde 1988 faktorisiert mit MPQS**

86759222313428390812218077095850708048977 ·

108488104853637470612961399842972948409834611525790577216753

pari: 20635s            ct2: 798s            msi: 10s            yafu: 2671s            Til/P: 416s

**Beispiel 12:**  $2881039827457895971881627053137530734638790825166127496066674320241571446494762386620442953820735453 =$

**100 Ziffern (331 Bits)**

618162834186865969389336374155487198277265679 ·

4660648728983566373964395375209529291596595400646068307

yafu/s: 4279s            Til/P: 632s

**Beispiel 13:**  $1830579336380661228946399959861611337905178485105549386694491711628042180605636192081652243693741094118383699736168785617 =$

**121 Ziffern (400 Bits)**

785506617513464525087105385677215644061830019071786760495463 ·

2330444194315502255622868487811486748081284934379686652689159

yafu/s: Ausstieg            Til/P:            pari:

**Beispiel 14:**  $(6^{353}-1)/5 = 9736915051844164425659589830765310381017746994454460344424676734039701450849424662984652946941878917948160518861442040662264232061670817846818980636636855093045135737069790523461351306663178231611242601530501649312653193616879609578238789980474856787874287635916569919566643 =$

**274 Ziffern (911 Bits)**

13509526133011265183077504963559080738112103111138273231839084675974407216563654292014

3351738198057636666351316191686483 ·

72074438111130193764393586402902539161389086709970781704984956627178573407484509481161

087627373286704178679466051451768242073072242783688661390273684623521

yafu/s:            Til/P:

## RSA – Zahlen

**RSA-Zahlen** sind Semiprimzahlen (s. oben !), welche in der sogenannten Factoring Challenge of RSA Security ( ein mit Preisgeldern ausgelobter Wettbewerb ) gelistet waren ;  
Bezeichnungen: RSA-100 etc. bis RSA-500 .

Diese Zahlen sind schwer zu faktorisieren, wenn sie genügend groß sind (etwa 100 Ziffern und mehr !).  
Daher werden sie in der **Kryptographie** verwendet.  
Benannt wurden sie nach den Wissenschaftlern **RIVEST**, **SHAMIR** und **ADLEMAN**.

### Berühmtes Beispiel für eine RSA-Zahl aus „Spektrum der Wissenschaft“:

Die **129-stellige Zahl „RSA-129“** =

11438162575788886766923577997614661201021829672124236256256184293570693524573389783059  
7123563958705058989075147599290026879543541 ( 426 Bits )

ist Produkt zweier Primzahlen. Wie lauten diese Faktoren?

Diese Frage stellte **Martin Gardner** (1914 - 2010) den Lesern des Scientific American im August 1977 in seiner Kolumne "Mathematical Recreations".

Im Gegensatz zu den Rätseln, die Gardner sonst aufzugeben pflegte, musste dieses ungewöhnlich lange auf eine Lösung warten. Erst mehr als 16 Jahre später, **im April 1994**, präsentierten Paul Leyland von der Universität Oxford, Michael Graff von der Universität von Iowa in Iowa City und Derek Atkins vom Massachusetts Institute of Technology in Cambridge die 64- bzw. 65-stelligen Primfaktoren

3490529510847650949147849619903898133417764638493387843990820577        sowie  
32769132993266709549961988190834461413177642967992942539798288533

### Beispiel 2: RSA-100 =

152260502792253336053561837813263742971806811496138068865790849458012296325895289765400  
0350692006139 = ( 100 Ziffern; 330 Bits ) ; wurde 1991 faktorisiert mit MPQS  
37975227936943673922808872755445627854565536638199 ·  
40094690950920881030683735292761468389214899724061  
yafu: 20s        ct2: 5760s        Til/P: 3521s        pari: ?s

### Beispiel 3: RSA-120 =

22701048129543736333425996094749366889587533646608478003817325824700916267577973538979  
1151574049166747880487470296548479 = ( 120 Ziffern; 397 Bits ) ; wurde 1993 faktorisiert  
3327414555693498015751146303749141488063642403240171463406883 ·  
693342667110830181197325401899700641361965863127336680673013

### Beispiel 4: RSA-140 =

21290246318258757547497882016271517497806703963277216278233383215381949984056495911366  
573853021918316783107387995317230889569230873441936471 =  
( 140 Ziffern; 463 Bits ) ; wurde 1999 faktorisiert  
3398717423028438554530123627613875835633986495969597423490929302771479 ·  
6264200187401285096151654948264442219302037178623509019111660653946049

### Beispiel 5: RSA-170 =

26062623684139844921529879266674432197085925380486406416164785191859999628542069361450  
283931914514618683512198164805919882053057222974116478065095809832377336510711545759 =  
( 170 Ziffern; 563 Bits ) ; wurde 2009 faktorisiert  
3586420730428501486799804587268520423291459681059978161140231860633948450858040593963 ·  
7267029064107019078863797763923946264136137803856996670313708936002281582249587494493

## Weitere Beispiele für RSA-Zahlen

### RSA 200

RSA-200 = 2799783391122132787082946763872260162107044678695542853756000992932612840010  
76093456710529553608560618223519109513657886371059544820065767750985805576135790987349  
50144178863178946295187237869221823983 = ( 200 Ziffern; 663 Bits )  
35324619344027701212726049781984643686711974001976250236493034687761212536794232000585  
47956528088349 ·  
79258699544783330333470858414800596877379758573642199607343303414557678728181521353814  
09304740185467

zerlegt 05-2005 von Gruppe Prof. Jens Franke

### RSA 260

RSA-260 = 2211282552952966643528108525502623092761208950247001539441374831912882294140  
20019865127297265697465990859003300314000511707422045608592763579537571859542988389587  
09229238491006703034124620545784566413664540684214361293017694020846391065875914794251  
435144458199

Bis heute noch **nicht** zerlegt !

### RSA 270

RSA-270 = 2331085303444075445276376569106805241456198124803054490429486119684959182451  
35782867888369318577116418213919268572658314913060672626911354027609793166341626693946  
59619642774427388660187689631346870405906674690312391074827760654864915192081269930976  
6587514735456594993207

Bis heute noch **nicht** zerlegt !

### RSA 400

RSA-400 = 2014096878945207511726700485783442547915321782072704356103039129009966793396  
14198508650945510226040320869555879309139034043886751376612341894284530160326191193056  
76856486261532125663001026834647174783659713139894314068546405163175194031492943087373  
02321684840956395183222117468443578509847947119995373645360710979599471328761075043464  
682551112058642299370598078702810603300890715874500584758146849481

Bis heute noch **nicht** zerlegt !

### RSA 576

Die Primfaktorzerlegung dieser 174-stelligen Zahl wurde im Dezember 2003 von Jens Franke und Thorsten Kleinjung vom Mathematischen Institut in Bonn und dem Institut für Experimentelle Mathematik in Essen gefunden. Das Preisgeld lag bei 10.000 US\$.

RSA-576 = 1881988129206079638386972394616504398071635633794173827007633564229888597152  
34665485319060606504743045317388011303396716199692321205734031879550656996221305168759  
307650257059 =  
39807508642406493739712550055038649119906436234252670840638518957594638895726176858331  
7 ·  
47277214610743530253622307197304822463291469530209711645985217113052071125636359039752  
7

Anmerkung zur (anscheinend verwirrenden) Bezeichnung der RSA-Zahlen:

*Die ersten erzeugten RSA-Nummern von RSA-100 bis RSA-500 wurden entsprechend ihrer Anzahl von Dezimalstellen gekennzeichnet.  
Später, beginnend mit RSA-576, werden stattdessen Binärziffern gezählt.  
Eine Ausnahme bildet RSA-617, das vor der Änderung des Nummerierungsschemas erstellt wurde !*

## **RSA 640**

Die Faktoren dieser 193-stelligen Zahl wurden im November 2005 von F. Bahr, M. Boehm, J. Franke, T. Kleinjung gefunden, die zuvor schon RSA 200 faktorisiert hatten. Das Preisgeld lag bei 20.000 US\$.

RSA-640 =

31074182404900437213507500358885679300373460228427275457201619488232064405180815045563  
46829671723286782437916272838033415471073108501919548529007337724822783525742386454014  
691736602477652346609

wird zerlegt in

16347336458092538484431338838650908598417836700330923121811108523893331001045081512121  
18167511579 ·  
19008712816648221131268515739354139754718967899685154936666385390880271038021044989571  
91261465571

## **RSA 768**

Die Faktorisierung dieser 232-stelligen Zahl wurde am 12. Dezember 2009 von Thorsten Kleinjung et al. vollendet.[1] Der RSA Factoring Challenge war zu dieser Zeit schon beendet, sodass kein Preisgeld ausgezahlt wurde.

RSA-768 =

12301866845301177551304949583849627207728535695953347921973224521517264005072636575187  
45202199786469389956474942774063845925192557326303453731548268507917026122142913461670  
429214311602221240479274737794080665351419597459856902143413 =

33478071698956898786044169848212690817704794983713768568912431388982883793878002287614  
711652531743087737814467999489 ·  
36746043666799590428244633799627952632279158164343087642676032283815739666511279233373  
417143396810270092798736308917